

Thermodynamique | Chapitre 2 | TD (02)

Exercice n°1 • Compressions un gaz parfait

cours

Soit n moles de gaz parfait de coefficient de Laplace γ . Le gaz est contenu dans une enceinte cylindrique de surface S et de volume V . La paroi supérieure est une membrane sans masse et libre de se déplacer sans frottement selon l'axe verticale. Dans l'état initial (état 0), le gaz est en équilibre thermodynamique avec le milieu extérieur de pression P_0 et de température T_0 . On envisage deux transformations depuis cet état initial :

- [1] on ajoute brutalement sur le piston une masse M ;
- [2] on ajoute une à une sur le piston des masses δm infiniment petites, en attendant que l'équilibre thermodynamique soit atteint après l'ajout de chaque masse, jusqu'à avoir ajouté une masse totale égale à M .

Dans l'état final, le gaz est en équilibre thermodynamique avec le milieu extérieur.

On introduira la grandeur adimensionnée : $x = \frac{Mg}{P_0 S}$.

Pour chaque transformation :

- Décrire sa nature.
- Déterminer P , T et V dans l'état final.
- Déterminer W , Q et ΔU échangés au cours de la transformation.

Exercice n°2 • Détente de Joule-Gay-Lussac

cours

On considère une enceinte aux parois rigides et calorifugées, divisée en deux compartiments de volume V_0 identique. L'un des compartiment contient n moles de gaz parfait à la température T_0 , l'autre est entièrement vide. À l'instant $t = 0$, on ouvre le robinet reliant les deux compartiments. On suppose que cette action s'effectue sans travail fourni au gaz.

Déterminer la température finale.

Exercice n°3 • Échauffement par effet Joule

cours

On considère une enceinte calorifugée contenant n moles d'un liquide incompressible et indilatable de capacité calorifique molaire à volume constant $C_{V,m}$. Dans cette enceinte, une résistance électrique R est parcourue par un courant I . On néglige la

capacité de la résistance et de l'enceinte devant celle du liquide.

Déterminer l'expression du temps Δt à attendre pour élever la température du liquide d'une température ΔT .

Exercice n°4 • Mélange de gaz parfaits

cours

On considère une enceinte aux parois rigides et calorifugées, divisée en deux compartiments de volume respectif V_1 et V_2 . Les compartiments contiennent respectivement n_1 et n_2 moles du même gaz parfait à la température T_1 et T_2 . À l'instant $t = 0$, on ouvre le robinet reliant les deux compartiments. On suppose que cette action s'effectue sans travail fourni au gaz.

Déterminer la température finale du mélange en fonction de n_1 , n_2 , T_1 et T_2 .

Exercice n°5 • Transformations infinitésimales

cours

Toutes les parois de cet exercice sont rigides et calorifugées.

On considère une enceinte formée de deux compartiments. Le compartiment de gauche, de volume V_1 et de température T_1 , contient n_1 moles de gaz parfait. Le compartiment de droite, de volume V_2 et de température T_2 , contient n_2 moles du même gaz parfait. Ce compartiment est lui même divisé en une infinité de compartiments élémentaires de volume dV et contenant chacun dn moles de gaz.

On enlève les parois une par une. On note $n \in [n_1 ; n_1 + n_2]$, P , V , et T les paramètres d'état du compartiment de gauche à un instant quelconque.

1) Déterminer une relation entre dP , dV , dn et dT , les variations infinitésimales de P , V , n et T lors du retrait d'une paroi.

2) Déterminer V en fonction de n .

3) Déterminer T en fonction de n .

Exercice n°6 • Échauffement d'un gaz parfait

☆☆☆

On enferme $n = 0,1$ mol de diazote dans un cylindre thermostaté à $T_0 = 27^\circ\text{C}$, fermé par un piston mobile sans frottement de section $S = 100\text{ cm}^2$. La pression atmosphérique est $P_0 = 1\text{ bar}$. On néglige la force pressante due au poids du piston devant la force pressante atmosphérique.

1) Calculer la hauteur h occupée par le gaz dans le cylindre.

2) Le piston étant bloqué dans la position initiale, on élève la température du thermostat à $T_1 = 50^\circ\text{C}$. Quelle est la nature de la transformation ? Calculer le travail W et la chaleur Q échangés entre le gaz et l'environnement.

3) En repartant de l'état initial, on élève à nouveau la température jusqu'à T_1 mais en laissant libre le piston. Quelle est la nature de la transformation ? Calculer le travail W' et la chaleur Q' échangés entre le gaz et l'environnement.

Exercice n°7 • Gaz de Van der Waals



Un gaz de Van der Waals est un gaz dont l'équation d'état est donnée par :

$$\left(P + \frac{n^2 a}{V^2}\right)(V - nb) = nRT$$

Avec a et b des constantes. On admet que l'énergie interne de ce gaz vaut :

$$U_{VdW} = \eta nT - \frac{n^2 a}{V^2} + U_0$$

Avec η et U_0 des constantes.

- 1) Déterminer $C_{V,m}$ la capacité thermique molaire à volume constant d'un gaz de Van der Waals.
- 2) La relation $\Delta U = C_V \Delta T$, vérifiée par un gaz parfait, est-elle toujours vraie pour un gaz de Van der Waals ?

Exercice n°8 • Évolution irréversible



Un volume d'air $V_1 = 2,00$ L est enfermé dans un cylindre vertical, fermé par un piston de surface $S = 20$ cm² et de masse négligeable. Le piston peut se déplacer verticalement sans frottement à l'intérieur du cylindre. L'air est considéré comme un gaz parfait diatomique et se trouve initialement à la température $T_1 = 298$ K sous la pression $P_1 = 1,013$ bar.

On pose sur le piston une masse $m = 1$ kg. Le piston descend brusquement puis se stabilise. La compression, rapide, est supposée adiabatique.

- 1) Calculer la pression P_2 , la température T_2 et le volume V_2 du gaz à la fin de cette compression, ainsi que W_{12} et Q_{12} .

Après un temps long, le gaz retrouve un état d'équilibre thermodynamique avec le milieu extérieur.

- 2) Déterminer la pression la pression P_3 , la température T_3 et le volume V_3 après ce temps long, ainsi que W_{23} et Q_{23} .

Exercice n°9 • Cycle de Lenoir



L'état initial (noté 0) d'une mole de gaz parfait monoatomique est : $P_0 = 2$ bar, $V_0 = 14$ L. On lui fait subir la transformation cyclique ci-dessous. On considère l'équilibre mécanique avec le milieu extérieur constamment atteint.

- Détente isobare qui double son volume ($0 \rightarrow 1$).
- Compression isotherme qui le ramène à son volume initial ($1 \rightarrow 2$).
- Refroidissement isochore qui le ramène à son état initial ($2 \rightarrow 0$).

- 1) Représenter le cycle décrit par ce gaz dans le diagramme de Clapeyron (P, v).
- 2) Exprimer puis calculer les températures, pressions et volumes dans les états 0, 1 et 2.
- 3) Exprimer puis évaluer le travail des forces de pression W , la chaleur Q , et la variation d'énergie interne ΔU de chaque étape.
- 4) Déterminer graphiquement le travail algébriquement reçu par le gaz au cours d'un cycle.
- 5) Peut-on créer un moteur à l'aide de ce cycle ?

Exercice n°10 • Bilans énergétiques



On considère un cylindre indéformable divisé en deux compartiments par un piston (de masse négligeable) mobile (sans frottement). Les parois du cylindre et le piston sont adiabatiques. On néglige la capacité thermique des parois. Initialement, les deux compartiments C_1 et C_2 contiennent un même volume $V_0 = 1,0$ L d'un gaz parfait monoatomique à la pression $P_0 = 1$ bar et à la température $T_0 = 300$ K.

Le compartiment C_1 contient un résistor de résistance $R = 200$ Ω et de capacité thermique $C = 4,0$ J·K⁻¹. On y fait circuler un courant $I_0 = 0,2$ A pendant la durée $\Delta t = 50$ s.

On note P_1, V_1, T_1, P_2, V_2 et T_2 les paramètres d'états des deux gaz dans l'état final (après un temps Δt).

- 1) Déterminer une relation liant les variations $\Delta T_1 = T_1 - T_0$ et $\Delta T_2 = T_2 - T_0$ des températures des gaz.

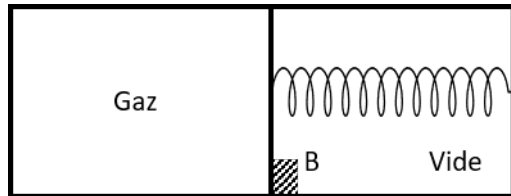
On mesure $T_2 = 360$ K.

- 2) Déterminer la température T_1 .
- 3) En déduire les volumes V_1, V_2 et les pressions P_1 et P_2 .
- 4) Aurait-on pu négliger la capacité thermique du résistor ?

Exercice n°11 • Détente d'un gaz sous l'action d'un ressort



On considère un piston mobile dans un cylindre calorifugé horizontal de section S .



Le compartiment de gauche contient n moles d'un gaz supposé parfait, coefficient de Laplace γ et le compartiment de droite est soumis à un vide poussé. Le piston est relié par un ressort de raideur k .

Initialement, le piston est coincé par une butée B. La longueur du ressort est alors égale à sa longueur à vide. La pression du gaz vaut P_0 et sa température T_0 . On enlève la butée B. Le système évolue vers un nouvel état d'équilibre. On cherche à déterminer les paramètres d'état du système dans l'état final.

Montrer que la pression finale P_f est solution de l'équation :

$$\frac{(\gamma + 1) S^2}{2k} P_f^2 + V_0 P_f - nRT_0 = 0$$

Éléments de correction

1 $T_f = T_0$, $P_f = P_0(1 + x)$ et $V_f = \frac{V_0}{1 + x}$. $\Delta U = 0$, $Q = -W$, $W_1 = xnRT_0$ et $W_2 = nRT_0 \ln(1 + x)$. **2** $\Delta T = 0$ **3** $\Delta t = \frac{n C_{V,m}}{RI^2}$ **4** $T_f = \frac{n_1 T_1 + n_2 T_2}{n_1 + n_2}$ **5** 1) $\frac{dP}{P} + \frac{dV}{V} = \frac{dn}{n} + \frac{dT}{T}$. 2) $V = V_1 + \frac{V_2}{n_2}(n - n_1)$. 3) $T = \frac{n_1 T_1 + (n - n_1) T_2}{n}$. **6** 1) $h = \frac{nRT_0}{P_0 S} = 25 \text{ cm}$. 2) $W = 0$ et $Q = \frac{5}{2}nR(T_1 - T_0)$. 3) $W' = -nR(T_1 - T_0)$ et $Q' = \frac{7}{2}nR(T_1 - T_0)$. **7** 1) $C_{V,m} = \eta$. 2) Non : $\Delta U = C_V \Delta T - n^2 a \Delta \left(\frac{1}{V} \right)$ **8** 1) $P_2 = P_1 + \frac{mg}{S} = 1,062 \text{ bar}$, $T_2 = \left(\frac{5}{7} + \frac{2P_2}{7P_1} \right) T_1 = 302 \text{ K}$ et $V_2 = \frac{nRT_2}{P_2} = 1,93 \text{ L}$. $W_{12} = \frac{5}{2}(T_2 - T_1) =$

$7,00 \text{ J}$ et $Q_{12} = 0$. 2) $P_3 = P_2$, $T_3 = T_1$ et $V_3 = \frac{nRT_3}{P_3} = 1,91 \text{ L}$. $W_{23} = -P_3(V_3 - V_2) = 2,80 \text{ J}$ et $Q_{23} = \frac{7}{2}nR(T_3 - T_2) = -9,81 \text{ J}$. **9** 2) $T_0 = 337 \text{ K}$, $P_1 = 2 \text{ bar}$, $V_1 = 28 \text{ L}$, $T_1 = 674 \text{ K}$, $V_2 = 28 \text{ L}$, $T_2 = 674 \text{ K}$ et $P_2 = 4 \text{ bar}$. 3) $W_{01} = -P_0 V_0 = -2,8 \text{ kJ}$, $\Delta U_{01} = \frac{3P_0 V_0}{2} = 4,2 \text{ kJ}$, $Q_{01} = \Delta U_{01} - W_{01} = 7,0 \text{ kJ}$, $W_{12} = 2P_0 V_0 \ln(2) = 3,9 \text{ kJ}$, $\Delta U_{12} = 0$, $Q_{12} = \Delta U_{12} - W_{12} = -3,9 \text{ kJ}$, $W_{20} = 0$, $\Delta U_{20} = -\frac{3P_0 V_0}{2} = -4,2 \text{ kJ}$, $Q_{20} = \Delta U_{20} - W_{20} = -4,2 \text{ kJ}$, $W_{\text{cycle}} = P_0 V_0 (2 \ln(2) - 1) = 1,1 \text{ kJ}$ et $\Delta U_{\text{cycle}} = 0$. 4) Aire du cycle. 5) Non, récepteur. **10** 1) $RI_0^2 \Delta t = \left(\frac{3P_0 V_0}{2T_0} + C \right) \Delta T_1 + \frac{3P_0 V_0}{2T_0} \Delta T_2$. 2) $T_1 = 382 \text{ K}$. 3) $V_1 = \frac{2V_0 T_1}{T_2 + T_1} = 1,03 \text{ L}$, $V_2 = 0,97 \text{ L}$ et $P_1 = P_2 = 1,24 \text{ bar}$. 4) Non. **11** Écrire : équations d'état des GP (EI et EF), équilibre mécanique, premier principe, relation volume / longueur du ressort.